（ 様式D－２ ）
（ 別　　紙 ）

令和６年度　海外派遣研究員研究報告書

令和６年１０月１８日

日本大学理事長　　殿
日 本 大 学 学 長　　殿

所　　属　　理工学部（理工学研究所）
資格・氏名　　助教　　伊藤勝

■本報告書の内容を公表することは，了承しております。
□本報告書の内容を公表することは，差し控えください。
※いずれかにチェックし(■)提出すること

令和６年度海外派遣研究員（　短期Ｂ　）の研究実績を，下記のとおり報告いたします。

記

１　区　　分　　短期Ｂ

２　研 究 課 題

非線形最適化問題に対する一次法の構造適応に関する研究

３　派 遣 期 間　　西暦２０２４年8月１０日　～　２０２４年9月１０日

４　派　遣　先　　米国

５　研 究 目 的

データサイエンスは現在急速に発展する情報社会の根幹を担っており、その基盤となる数理工学の理論・応用の研究は今後ますます重要となる。特にビッグデータ解析、人工知能や深層学習といった応用においては最適化問題という計算処理が本質的な工程となっており、最適化問題を高速に解く計算手法の開発は、これら現実問題の解決と発展に決定的な波及効果をもたらす。最適化問題の幾何学構造は数学的に複雑となるが、本研究では問題の幾何学構造の理論的捉え方やそれを自動で把握して高速化を実現する計算手法の確立を目指す。この目標の実現のため、世界的に一流の最適化の研究者も在籍するアメリカ合衆国のミネソタ大学を訪問し、密度の高い共同研究を実施することを目的とする。

（ 様式D－２ ）

６　研　究　概　要

① 研究の方法

情報社会で扱う膨大なデータの解析などに現れる数理最適化において、解くべき最適化問題が大規模になる場合に、計算時間を小さくするための問題の構造をうまく活用した高速化の技術を研究する。その中で注目される手法のひとつである一次法というアルゴリズムについて、次の学術的問いの解決に取り組む。

（１） 問題の特殊構造を適切に表現する数理モデルの開拓とそれに基づく理論の創成。
（２） 問題の特殊構造に自動で適応して高速化を実現する一次法の確立。

本研究では、ミネソタ大学の Zhaosong Lu 氏の研究室を訪問し、同大学の研究者らとの共同研究や、同大学の研究施設を活用した実験研究を通して、研究課題の解決につながる研究成果やそのための着想を得ることを目標とする。

具体的には、最適化問題を記述するのに用いられる「目的関数」と「制約条件」に関する幾何学構造として現れるエラーバウンドの条件を考察することから始める。一様凸性やヘルダー型エラーバウンドに関する先行研究をより抽象的な枠組みで調査し、数学的な性質を探索する。また、機械学習などに現れる複雑な現実問題に対して提案手法を数値実験し、自動適応性の効果を検証するとともに、新しい応用を創出する。

② 渡航先での活動内容

ミネソタ大学の Zhaosong Lu 氏の研究室を訪問し、同氏との研究討議を開始した。近年着目されている一次法の最新の手法について、以下に挙げる調査を行った。

（１） 一次法に対する計算量に関しての最適手法の研究
（２） 一次法に対するパラメータの自動推定の研究
（３） 局所的な性質に対する一次法の収束効率の研究

これらの問いに対して、まずは Lu 氏やその研究室のメンバーとの議論を交わした上で、関連研究を元に研究動向を調査した。各テーマにおける主要論文を精査し、本質的な理論の把握を目指した。特に、そこに現れる根本的な性質を見出し、これらのより一般的な理論の構築や、これらを組み合わせた新しい理論体系の構築に取り組んでいった。このことにより、一次法の構築手法の新しい知見を積み重ね、実際に効率の良いアルゴリズムの導出に向けて議論を重ねた。

（ 様式D－２ ）

７　研究結果・成果

凸最適化問題に対する一次法というアルゴリズムの研究に関して次の考察を行った。

（１）リプシッツ定数の自動適応手法の考察。

凸最適化問題に対して、目的関数の勾配にリプシッツ連続性を仮定した場合を考える。このとき、リプシッツ定数はアルゴリズムの収束性を向上させるパラメータとして重要である。このパラメータが未知であるとき、従来のアルミホ直線探索では追加の内部反復が必要であった。

近年、内部反復を必要とせずに、前反復の情報を使ったステップ幅の更新法が提案された。そこでは、アルゴリズムに対していくつかのチューニングパラメータが存在し、これらを前反復の情報を用いて適切に設定することで、自動でリプシッツ定数に適応した収束速度を発揮することが報告されていた。

我々は、この手法の理論保証を得るためのより一般的な仮定の導出を試みた。この研究結果として、収束速度の上界を若干改善するより簡易的なパラメータ設定を発見した。

今後の展望として、より一般的な状況で適用可能なアルゴリズムの構成を目指す。例えば、ユークリッドノルム以外の一般のノルムやBregman擬距離のもとでの解析ができればより複雑な最適化問題に対するアルゴリズムの構築につながる。また、一次法以外のアルゴリズムに対しても本手法が有意義であるかを調べていきたい。

（２）勾配ノルム最小化に対する最適手法の考察。

凸最適化手法において、目的関数の勾配にリプシッツ連続性を仮定したとき、最適な収束速度を保証する手法として、加速勾配法が知られている。従来の加速勾配は、この収束速度の測り方として、目的関数値の最適値からの誤差を用いていた。ところが、この収束率の最適性指標は、検証可能な停止条件を直接与えないため、理論保証としては実用性が十分でなかった。より実用的な最適性指標として、勾配ノルムが挙げられる。近年、勾配ノルムに対しては最適な収束率の保証に関する研究が報告され始めており、我々は特に累積正則化という手法について詳しい考察を行った。累積正則化は、これまで単一的に実施していた正則化法と異なり、過去の正則化項を重み付きで累積的に足し上げるアプローチを取る。この結果、新たなパラメータ選択のもとでの収束解析が可能となることが報告されている。

我々は、正則化を最小化するためのアルゴリズムをより高度なものに変更した場合の、累積正則化の収束率解析を実施した。その結果、先行研究に比べて、より柔軟なパラメータ設定を用いることで、最適な収束率を保証するアルゴリズムが構築できる方法論を見出した。今後の展望として、この方法論をより精密に体系化し、具体的なアルゴリズムの形としてまとめ上げていくことを目指す。さらに凸最適化を超えて、より広い最適化問題のクラスに対する応用も検討する。

以　　上